

M10 Cálculo Diferencial FIN A

Actividad 2

| **Tutor:** | **Héctor Alexandro Gutiérrez Suárez** |
| --- | --- |
| **Estudiante:** | **José Ramón Ibáñez Posadas** |
| **Matricula:** | **BNL098377** |

| Monterrey, Nuevo León | sábado, 14 de octubre de 2023 |
| --- | --- |

Introducción

El estudio de los límites es esencial en el campo del cálculo y desempeña un papel fundamental en el análisis de funciones. Los límites nos permiten analizar el comportamiento de una función a medida que su variable independiente se acerca a un determinado valor o al infinito. Desde la interpretación de la gráfica de una función hasta la identificación de asíntotas, el análisis de límites proporciona una comprensión más profunda de cómo se comportan las funciones.

Cuando nos referimos a la interpretación de la gráfica de una función, estamos analizando visualmente su comportamiento. Al observar la gráfica, podemos identificar características como puntos de discontinuidad, máximos y mínimos locales, simetrías y comportamiento asintótico. Los límites al infinito, por otro lado, se centran en el comportamiento de una función a medida que la variable independiente se acerca al infinito positivo o negativo. Estos límites nos permiten determinar si una función tiende hacia un valor específico o si su valor se vuelve inmensamente grande a medida que la variable aumenta sin límite.

Las asíntotas son líneas horizontales, verticales u oblicuas que la gráfica de una función se acerca cada vez más a medida que la variable independiente se acerca a ciertos valores o al infinito. Las asíntotas horizontales pueden ocurrir cuando el límite de la función tiende a un valor constante cuando la variable se acerca al infinito, y las asíntotas verticales pueden encontrarse cuando el límite de la función no existe o tiende a infinito cuando la variable se acerca a un valor específico. Además, las asíntotas oblicuas se presentan cuando la función se acerca a una recta no horizontal ni vertical a medida que la variable se acerca al infinito.

Resolver límites implica utilizar diferentes teoremas y técnicas. Algunos teoremas comunes utilizados incluyen el teorema del límite central, el teorema del sandwich (o del apretón), el teorema del límite de una función compuesta y las reglas de los límites algebraicos. Estos teoremas proporcionan herramientas útiles para evaluar límites y determinar comportamientos destacados.

Por último, las formas indeterminadas son casos en los que el cálculo directo de un límite de función en un punto específico o en el infinito no es suficiente para determinar su valor. Estas formas, como 0/0, ∞/∞, 0∞, ∞-∞, entre otras, requieren técnicas adicionales como la regla de L'Hôpital, factorización o simplificación algebraica para su resolución.

En resumen, el estudio de los límites, la interpretación de la gráfica, los límites al infinito, las asíntotas, la solución de límites por medio de teoremas, los límites de funciones y las formas indeterminadas son conceptos fundamentales en el análisis de funciones y el cálculo, que nos permiten comprender y describir el comportamiento de las funciones en diferentes contextos matemático.

Desarrollo

Resumen

Los conceptos de límites, interpretación de la gráfica, límites al infinito, asíntotas, solución de límites por medio de teoremas, límites de funciones y formas indeterminadas son fundamentales en el estudio del cálculo y el análisis de funciones.

Comencemos con el concepto de límites. En matemáticas, el límite de una función es el valor al cual se acerca dicha función a medida que la variable independiente se aproxima a un determinado valor o se acerca al infinito. Se utiliza para describir el comportamiento de la función en esos puntos cercanos o en el infinito.

La interpretación de la gráfica de una función nos permite comprender visualmente su comportamiento. Al observar la gráfica, podemos identificar características como puntos de discontinuidad, máximos y mínimos locales, simetrías y comportamiento asintótico.

Los límites al infinito se refieren al comportamiento de una función a medida que la variable independiente se acerca al infinito positivo o negativo. Si una función tiene un límite finito cuando la variable tiende a infinito, es posible que la función se acerque a un valor específico o que oscile entre dos valores. Si una función tiene un límite infinito, esto significa que los valores de la función se vuelven arbitrariamente grandes (positivos o negativos) a medida que la variable independiente crece sin límite.

Las asíntotas son líneas horizontales, verticales u oblicuas que la gráfica de una función se acerca cada vez más a medida que la variable independiente se acerca a ciertos valores o al infinito. Las asíntotas horizontales se pueden encontrar cuando el límite de la función tiende a un valor constante cuando la variable independiente se acerca al infinito. Las asíntotas verticales ocurren cuando el límite de la función no existe o tiende a infinito cuando la variable independiente se acerca a un valor específico. Las asíntotas oblicuas ocurren cuando la función se acerca a una recta no horizontal ni vertical a medida que la variable independiente se acerca al infinito.

La solución de límites se puede abordar utilizando diversos teoremas y técnicas. Algunos teoremas comunes utilizados para resolver límites son el teorema del límite central, el teorema del sandwich (o del apretón), el teorema del límite de una función compuesta y las reglas de los límites algebraicos. Estos teoremas proporcionan herramientas útiles para evaluar límites y determinar comportamientos límite destacados.

Las formas indeterminadas son casos en los que el cálculo directo del límite de una función en un punto específico o en el infinito no es suficiente para determinar el valor del límite. Ejemplos de formas indeterminadas incluyen 0/0, ∞/∞, 0∞, ∞-∞, entre otras. Para resolver este tipo de límites, se requiere un análisis más detallado utilizando técnicas como la regla de L'Hôpital, factorización, simplificación algebraica o la aplicación de teoremas específicos.

En resumen, los conceptos de límites, interpretación de la gráfica, límites al infinito, asíntotas, solución de límites por medio de teoremas, límites de funciones y formas indeterminadas son fundamentales para comprender y analizar el comportamiento de las funciones en diferentes contextos matemáticos.

Problemario

1. Calcula las asintotas horizontales y verticales para los siguientes límites que tienden al infinito y realiza la gráfica. f(x) = (6x+8)/(8x-6).

| Desarrollo | Solución |
| --- | --- |
| Paso 1: Para encontrar las asintotas horizontales, debemos calcular el límite de la función cuando x tiende a infinito. Si el límite existe y es un número finito, entonces hay una asintota horizontal en ese valor. Si el límite es infinito o no existe, no hay asintotas horizontales. Calculamos el límite de f(x) cuando x tiende a infinito: | lim(x->∞) (6x+8)/(8x-6) |
| Paso 2: Para calcular este límite, podemos dividir tanto el numerador como el denominador por x: | lim(x->∞) (6+8/x)/(8-6/x) |
| Paso 3: Cuando x tiende a infinito, los términos con x en el denominador se vuelven insignificantes, por lo que podemos simplificar la expresión: | lim(x->∞) (6+0)/(8-0) = 6/8 = 3/4  El límite es un número finito, por lo tanto, hay una asintota horizontal en y = 3/4. |
| Paso 4: Para encontrar las asintotas verticales, debemos buscar los valores de x que hacen que el denominador de la función sea igual a cero. Estos valores de x pueden indicar la presencia de una asintota vertical. En este caso, el denominador de la función es 8x-6. Para encontrar los valores de x que hacen que el denominador sea igual a cero, resolvemos la ecuación: | 8x-6 = 0  8x = 6  x = 6/8 = 3/4  Por lo tanto, hay una asintota vertical en x = 3/4. |
| Paso 5: Para realizar la gráfica de la función, podemos utilizar estos resultados. La asintota horizontal está en y = 3/4 y la asintota vertical está en x = 3/4. Podemos trazar una línea horizontal en y = 3/4 y una línea vertical en x = 3/4. Luego, podemos trazar la curva de la función alrededor de estas asintotas. |  |

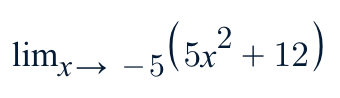
1. Calcula las asintotas horizontales y verticales para los siguientes límites que tienden al infinito y realiza la gráfica. f(x) = (9x + 12) / (6x - 12)

| Desarrollo | **Solución** |
| --- | --- |
| Paso 1: Para calcular las asíntotas horizontales y verticales de una función, debemos analizar el comportamiento de la función cuando x tiende a infinito.  Primero, vamos a calcular las asíntotas horizontales. Para ello, necesitamos encontrar el límite de la función cuando x tiende a infinito.  Dado que la función es f(x) = (9x + 12) / (6x - 12), vamos a calcular el límite de f(x) cuando x tiende a infinito: | lim(x->∞) (9x + 12) / (6x - 12) |
| Paso 2: Para calcular este límite, podemos dividir tanto el numerador como el denominador por x: | lim(x->∞) (9 + 12/x) / (6 - 12/x) |
| Paso 3: Cuando x tiende a infinito, los términos 12/x y -12/x tienden a cero, por lo que podemos simplificar la expresión: | lim(x->∞) (9 + 0) / (6 - 0)  Esto nos da un límite de 9/6, que es igual a 3/2. Por lo tanto, la función tiene una asíntota horizontal en y = 3/2. |
| Paso 4: Ahora, vamos a calcular las asíntotas verticales. Para ello, necesitamos encontrar los valores de x que hacen que el denominador de la función sea igual a cero. En este caso, el denominador es 6x - 12, por lo que debemos resolver la ecuación: | 6x - 12 = 0 |
| Paso 5: Podemos resolver esta ecuación sumando 12 a ambos lados y dividiendo por 6: | 6x = 12 x = 2  Por lo tanto, la función tiene una asíntota vertical en x = 2. |
| Paso 6: Para realizar la gráfica de la función, podemos utilizar estos resultados. La asíntota horizontal en y = 3/2 nos indica que la función se acerca a ese valor a medida que x tiende a infinito. La asíntota vertical en x = 2 nos indica que la función tiene una discontinuidad en ese punto. |  |

1. Resuelve los siguientes limites aplicando las diferentes propiedades vistas en el curso. 

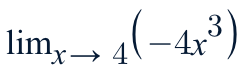
| Desarrollo | Solución |
| --- | --- |
| Paso 1: Sustituir la variable | 7 . 1 |
| Paso 2: Simplificar | 7 |

1. Resuelve los siguientes limites aplicando las diferentes propiedades vistas en el curso.



| Desarrollo | Solución |
| --- | --- |
| Paso 1: Sustituir la variables | 5(-5)2 + 12 |
| Paso 2: Simplificar | 137 |

1. Resuelve los siguientes limites aplicando las diferentes propiedades vistas en el curso.



| Desarrollo | Solución |
| --- | --- |
| Paso 1: Sustituir la variable | -4 . 43 |
| Paso 2: Simplificar | -256 |

Conclusión

En conclusión, el estudio de los límites, la interpretación de la gráfica, los límites al infinito, las asíntotas, la solución de límites por medio de teoremas, los límites de funciones y las formas indeterminadas son elementos clave en el análisis de funciones y el cálculo.

Los límites nos permiten comprender cómo se comporta una función a medida que la variable independiente se acerca a un valor específico o al infinito. La interpretación de la gráfica de una función nos brinda una visión visual de su comportamiento, identificando puntos de discontinuidad, máximos y mínimos locales, simetrías y comportamiento asintótico.

Las asíntotas son líneas a las que la gráfica de una función se acerca cada vez más a medida que la variable independiente se acerca a ciertos valores o al infinito. Las asíntotas horizontales, verticales y oblicuas son determinadas por los límites de la función en diferentes contextos.

La solución de límites se aborda utilizando teoremas y técnicas, como el teorema del límite central, del sandwich y del límite de una función compuesta. Estos teoremas nos brindan herramientas útiles para evaluar límites y determinar comportamientos especiales.

Las formas indeterminadas son casos en los que no se puede determinar el valor de un límite de forma directa. Para resolver estas formas, se utilizan técnicas adicionales como la regla de L'Hôpital, la factorización o la simplificación algebraica.

En resumen, estos conceptos nos permiten comprender y analizar el comportamiento de las funciones en diferentes contextos matemáticos. Su estudio es esencial para el desarrollo del cálculo y el análisis de funciones, proporcionando herramientas poderosas para modelar y comprender el mundo que nos rodea.

# **Bibliografía**

Formulas, U. (14 de Octubre de 2023). *Limites al infinito*. Obtenido de Univeso Formulas: https://www.universoformulas.com/matematicas/analisis/limites-al-infinito/

Formulas, U. (14 de Octubre de 2023). *LÍMITES INDETERMINADOS (INDETERMINACIONES)* . Obtenido de LÍMITES INDETERMINADOS (INDETERMINACIONES) : https://www.universoformulas.com/matematicas/analisis/limites-indeterminados/

ItamatematicasAI. (14 de Octubre de 2023). *Intepretación Gráfica a los Límites de funciones*. Obtenido de Intepretación Gráfica a los Límites de funciones: https://itamatematicasi.wordpress.com/2008/04/08/interpretacion-grafica-limites-funciones/

Maths, S. (14 de Octubre de 2023). *Asíntotas de una función*. Obtenido de Sangaku Maths: https://www.sangakoo.com/es/temas/asintotas-de-una-funcion

MX, U. (14 de Octubre de 2023). *Teoremas fundamentales sobre límites* . Obtenido de Teoremas fundamentales sobre límites : https://www.mat.uson.mx/~jldiaz/Teoremas\_de\_Limites.html

University, K. (14 de Octubre de 2023). *Concepto de Límite y Propiedes*. Obtenido de Concepto de Límite y Propiedes: http://cidecame.uaeh.edu.mx/lcc/mapa/PROYECTO/libro8/11\_concepto\_de\_lmite\_y\_propiedades.html